Instituto de Física
Universidade Federal Fluminense

Universidade Federal Fluminense
Instituto de Física
Física IV

Relatividade Especial

Daniel

Niterói, 06 de agosto de 2014

A Relatividade de Galileu

1a Lei: existem ***referenciais inerciais,*** nos quais um corpo que não sofre forças se move com vel. constante

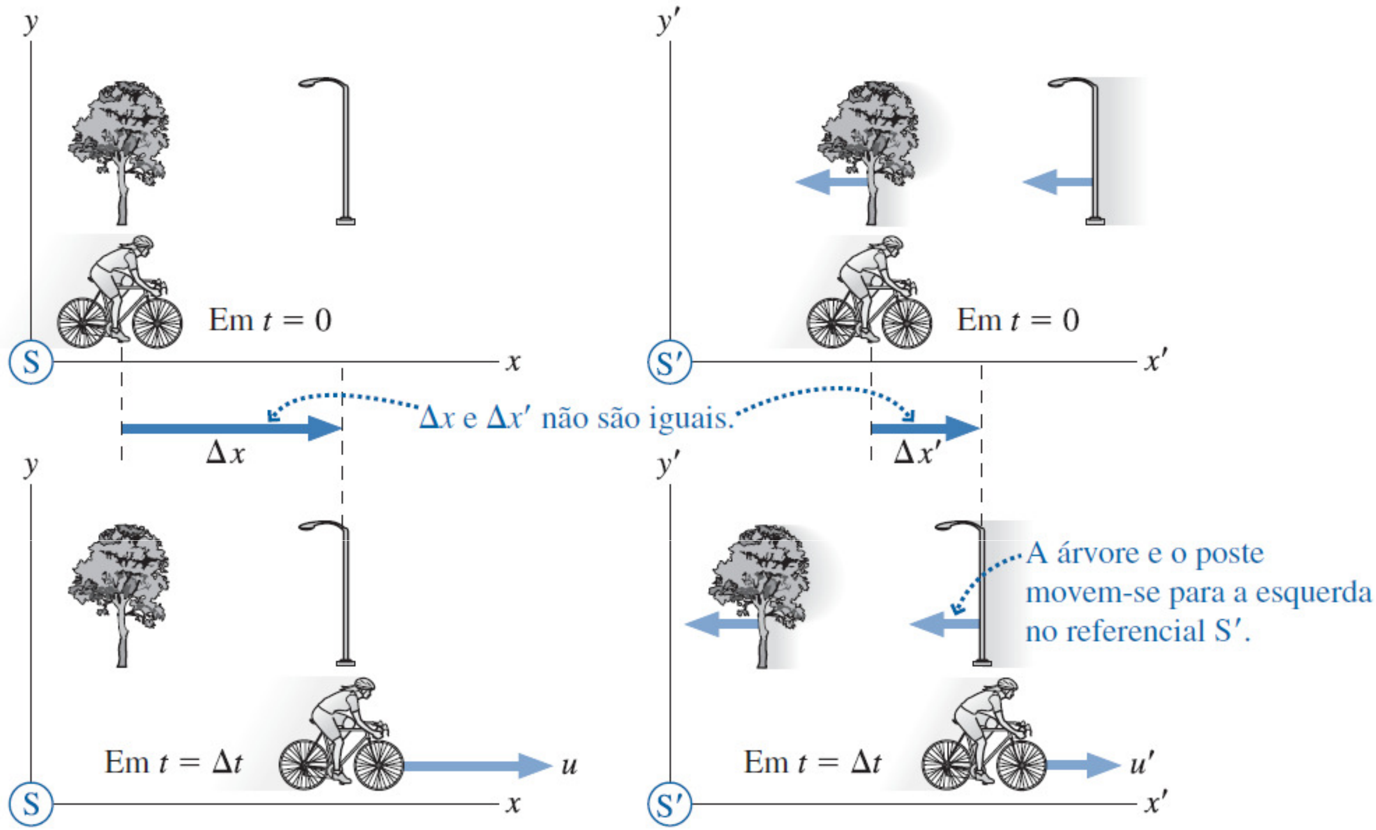
2a Lei: Em relação a um ref. inercial, vale que

$$\vec{F}_{result} = m\vec{a}$$

O Princípio da Relatividade de Galileu, versão de Newton:

"As leis da mecânica são iguais em relação a qualquer referencial inercial"

Transformações de Galileu



$$x = x' + vt$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v = u'_x + v$$

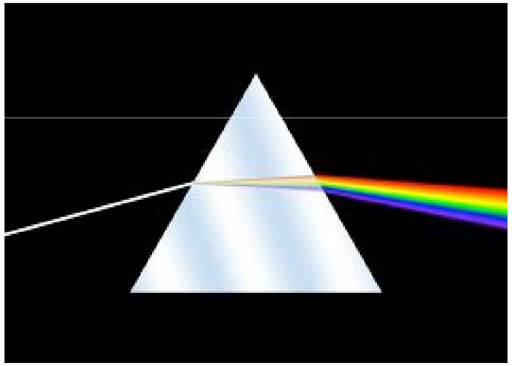
$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = u'_y$$

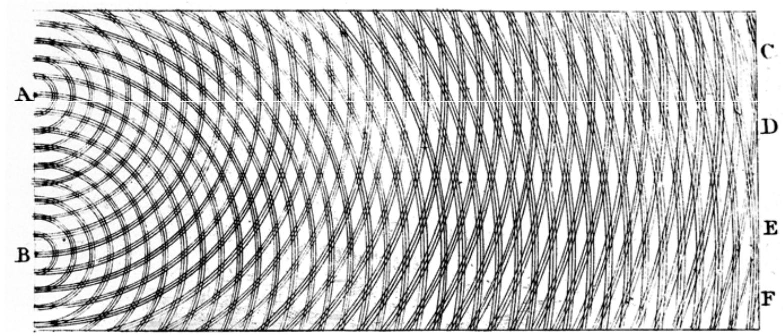
$$u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = u'_z$$

E a luz?

Newton: acreditava na teoria de que a luz era feita de *partículas.*

No início do séc XIX: luz é uma *onda,* pois sofre difração, interferência etc.





Meados do séc XIX: eqs de Maxwell descrevem todos os fenômenos elétricos, magnéticos e ópticos (unificação).

Prevêem que a luz de fato uma onda que se desloca com velocidade c = 3 x 10^8 m/s.

A pergunta porém é: com relação a que?

O Drama da Física Clássica

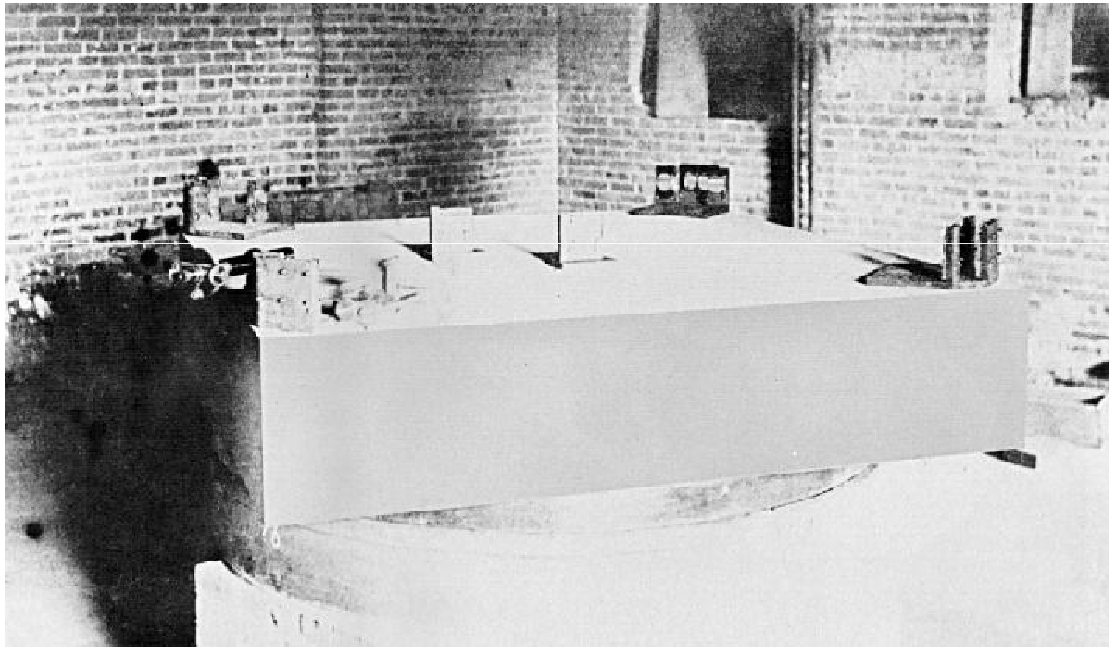
Problema com a versão ondulatória: uma onda precisaria de um meio para se propagar. Surge o ÉTER...

Propriedades estranhas: rígido, mas passa por dentro de materiais transparentes !

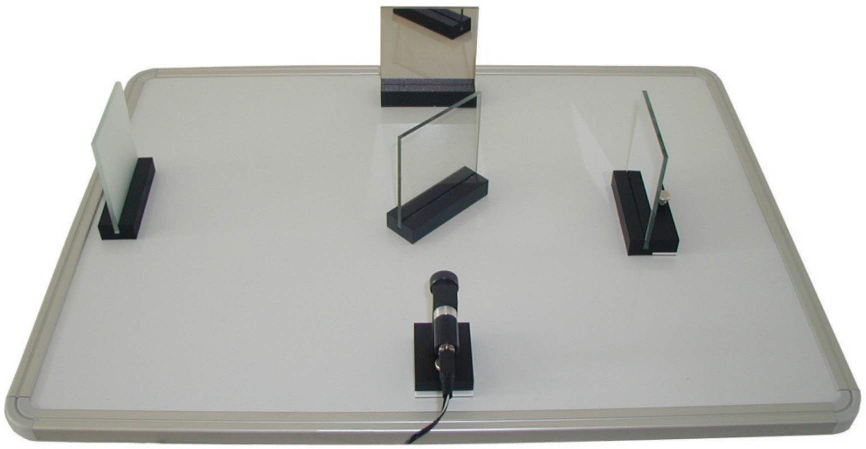
A busca do éter se torna um dos grandes problemas experimentais e teóricos do final do século XIX.

Uma ideia para testar a hipótese do éter: Caso ele exista, o movimento da terra em relação a ele provocará um "vento", o que mudaria a velocidade da luz na direção do movimento da Terra, com respeito à direção transversal.

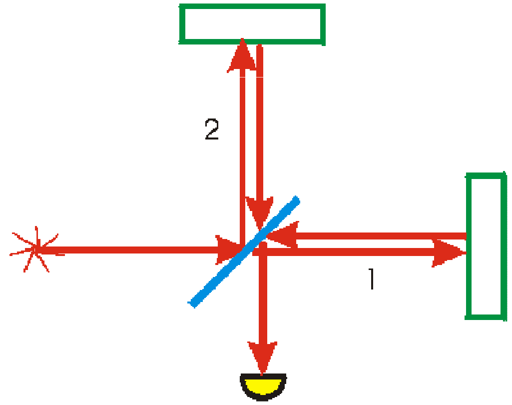
Teste experiemental feito por Michelson e Morley usando um *interferômetro*:



Versão moderna do interferômetro de MM.



Esquema simplificado do que acontece

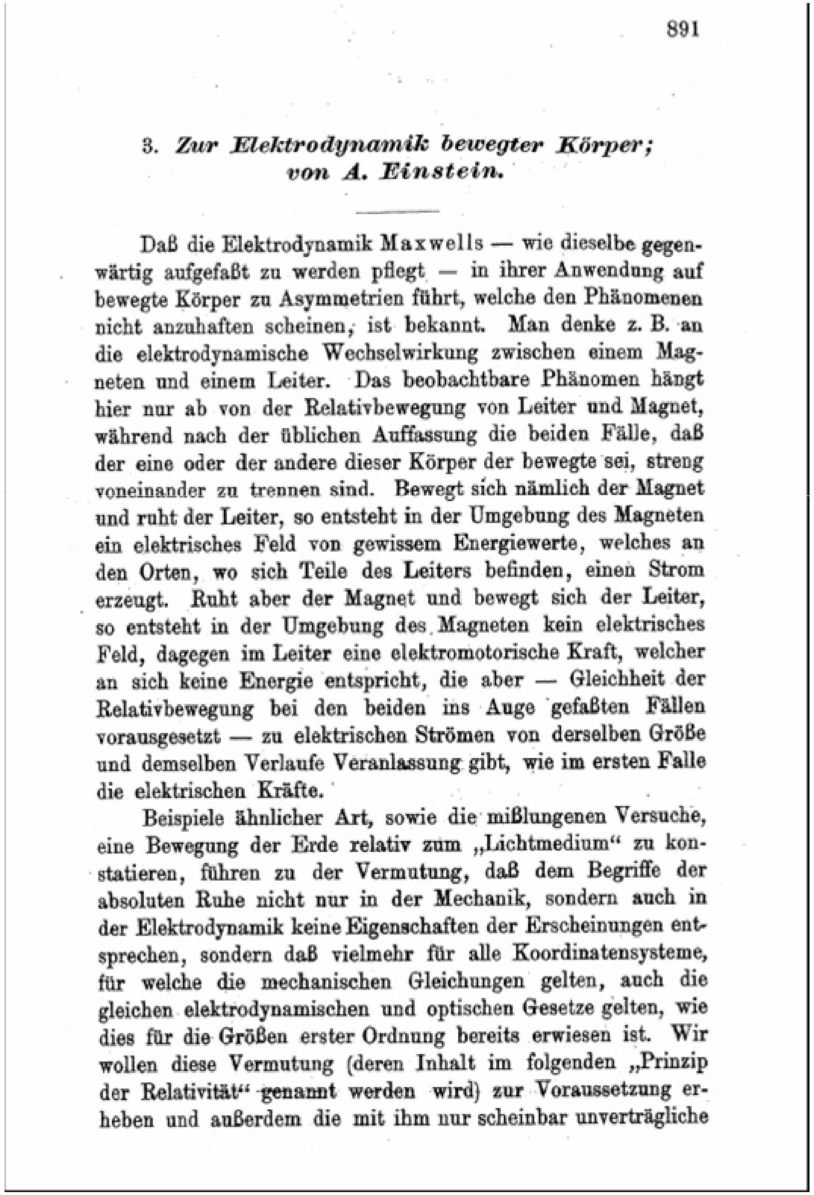


Caso exista um éter, as franjas de interferência mudariam de posição ao longo do ano.

O artigo de Einstein (1905)

"Sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento"
Annalen der Physik. 1905 v. 17

Publicado junto a dois outros artigos: movimento browniano e efeito fotoelétrico (por este último Einstein ganhou o Nobel)



3. *Zur Elektrodynamik bewegter Körper;*
von A. Einstein.

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

Beispiele ähnlicher Art, sowie die mißlungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum „Lichtmedium" zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden „Prinzip der Relativität" genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben und außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche

A Relatividade de Einstein

A solução proposta por Einstein é simples à primeira vista: estender o princípio de Galileu para *todos* os fenômenos físicos, ie, não apenas os mecânicos mas também os eletromagnéticos

O Princípio da Relatividade de Einstein:

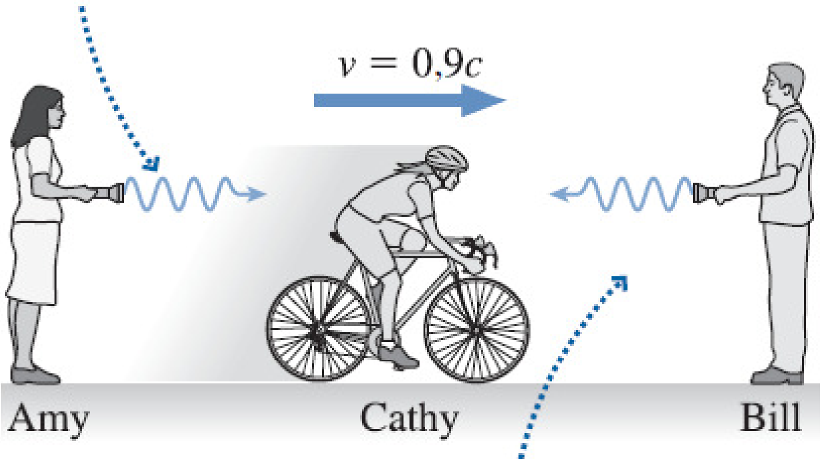
"Todas as leis da Física são iguais em relação a qualquer referencial inercial"

A relatividade de Einstein

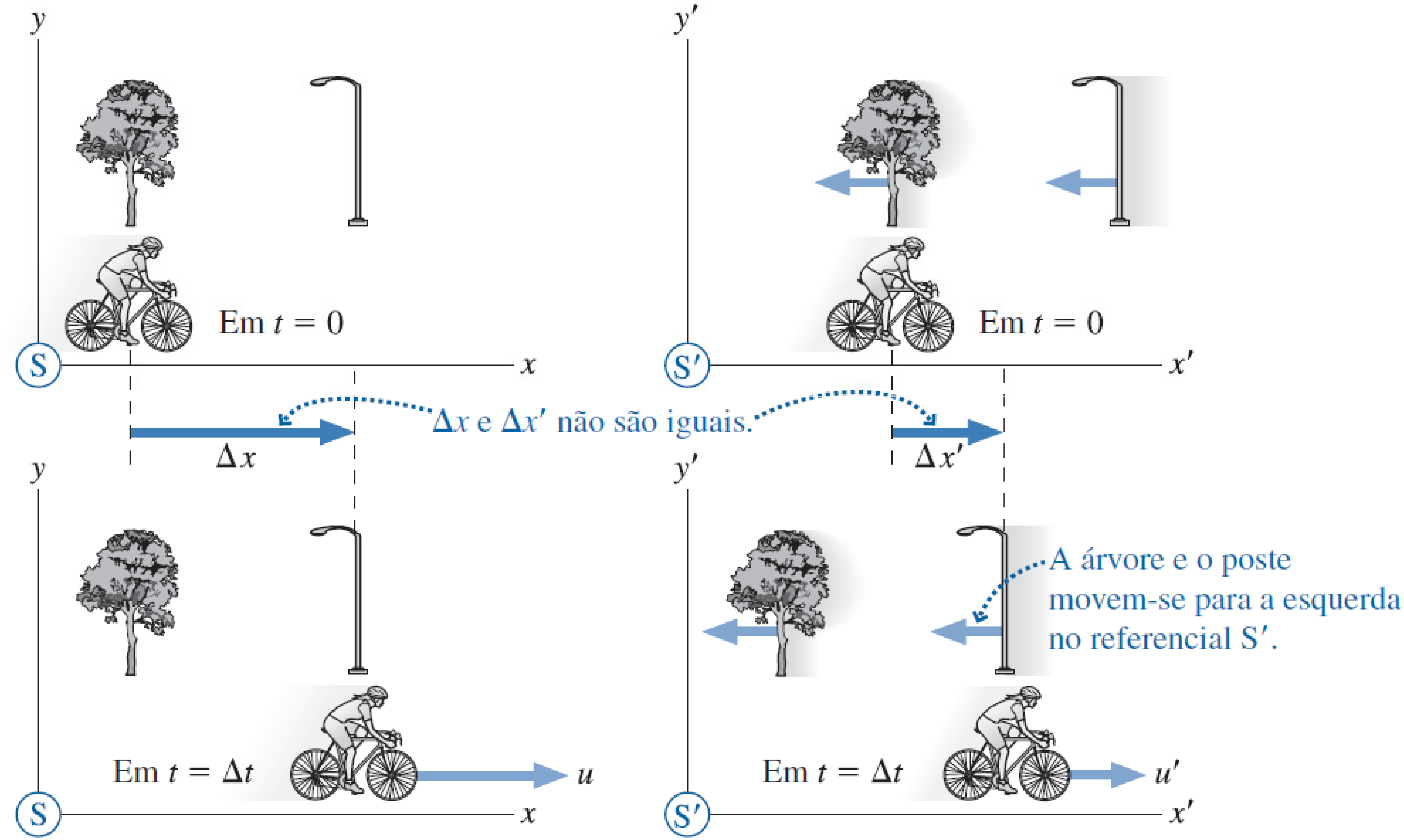
A constância da velocidade luz

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3{,}0 \times 10^8 \frac{m}{s} = 300\ m/\mu s$$

1. As equações de Maxwell são verdadeiras em todos os referenciais inerciais.
2. As equações de Maxwell prevêem que as ondas eletromagnéticas, inclusive a luz, se propagam com velocidade c = 3 x 10^8 m/s.
3. Portanto, a luz se propaga com velocidade c em relação a todos os referenciais.

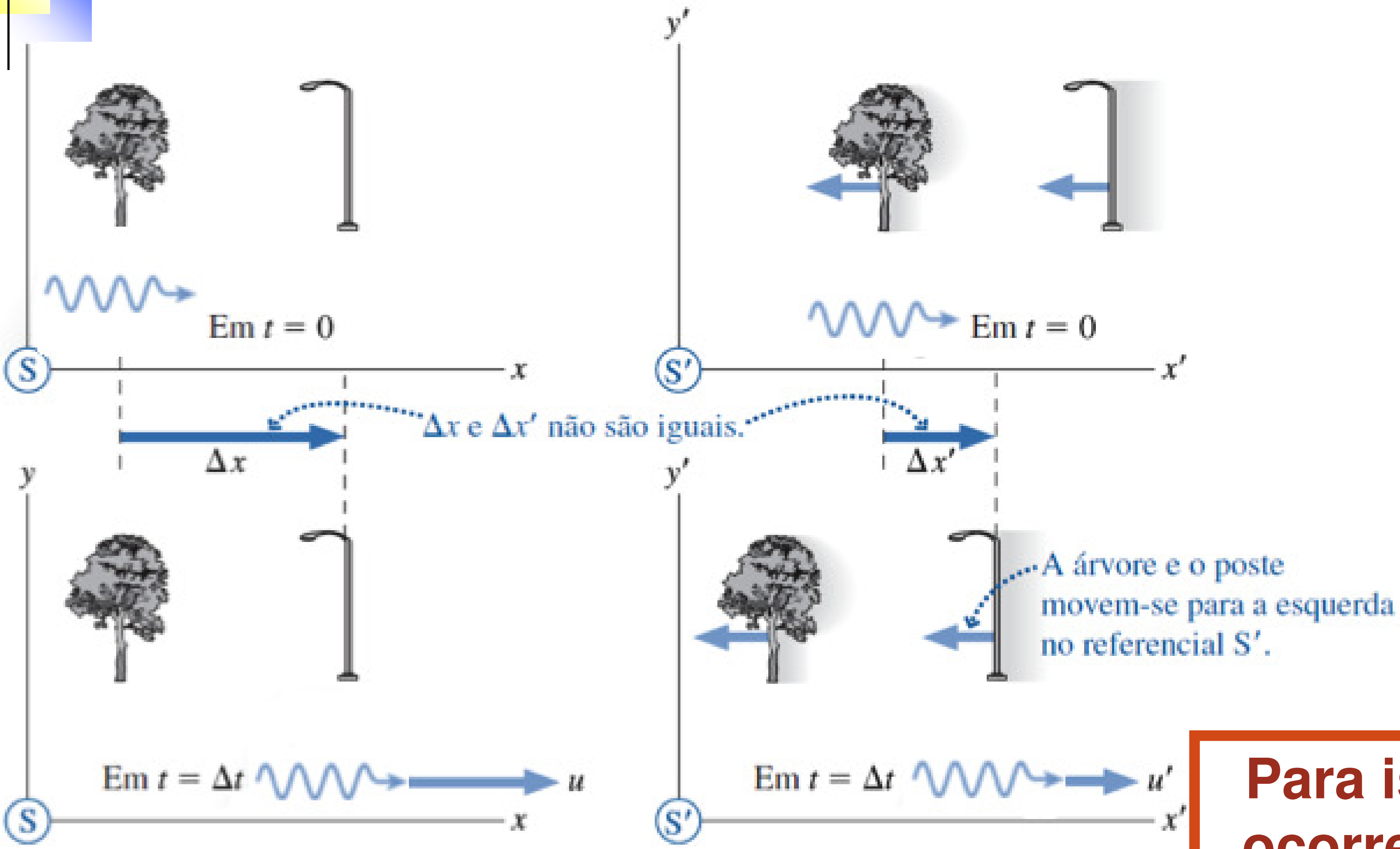


A relatividade de Einstein



Não relativístico $u' \neq u$
Relativístico $u' = u$

Como isto é possível?



Por Galileu:
$u' = \Delta x'/\Delta t \neq u = \Delta x/\Delta t$

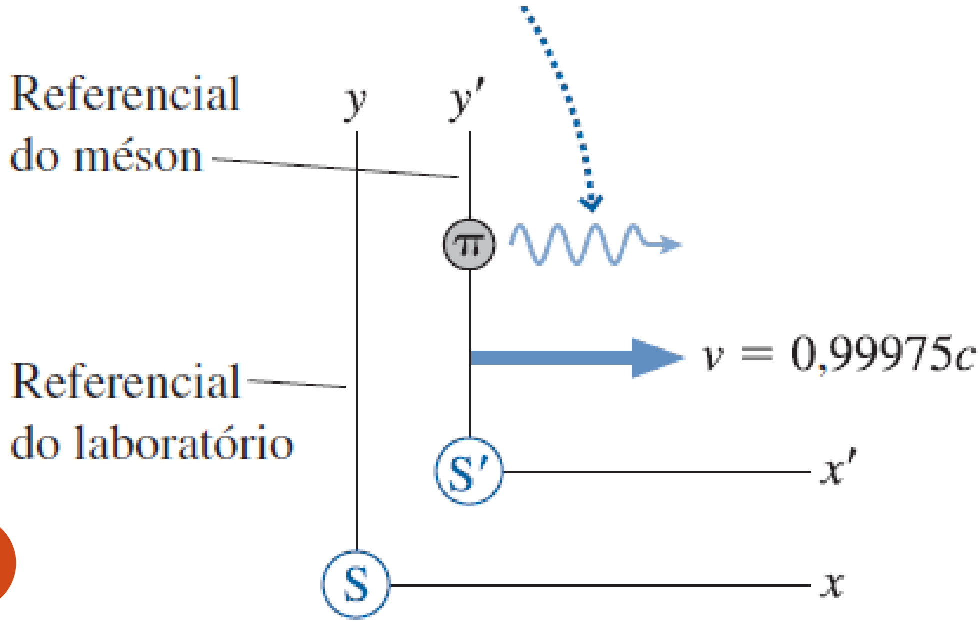
Mas se ao invés da bicicleta temos um raio de luz:
$u' = u = c$!!

Para isso ocorrer, é preciso $\Delta t' \neq \Delta t$ (!!?)

Evidência experimental

O exemplo anterior parece que luz terá velocidade diferente no referencial de Cathy.

A partícula elementar méson π decai em fóton de alta energia. O méson π gerado em laboratório (aceleradores de alta energia) viaja com velocidade 99.975 % e emite o fóton com v = c no ref. do méson.

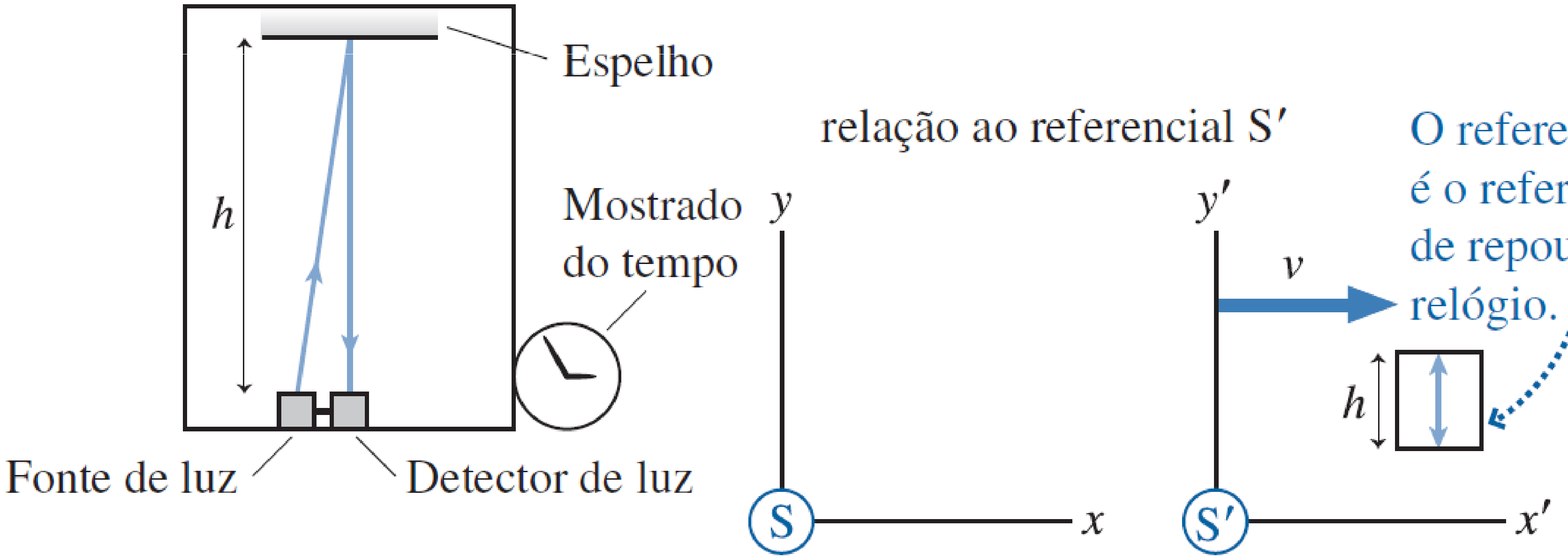


Deveríamos medir a velocidade do fóton no ref. do lab. seria v = 1,99975 c. Mas as medidas mostram que a v do fóton é $v = 3 \times 10^8$ m/s = c

Dilatação Temporal

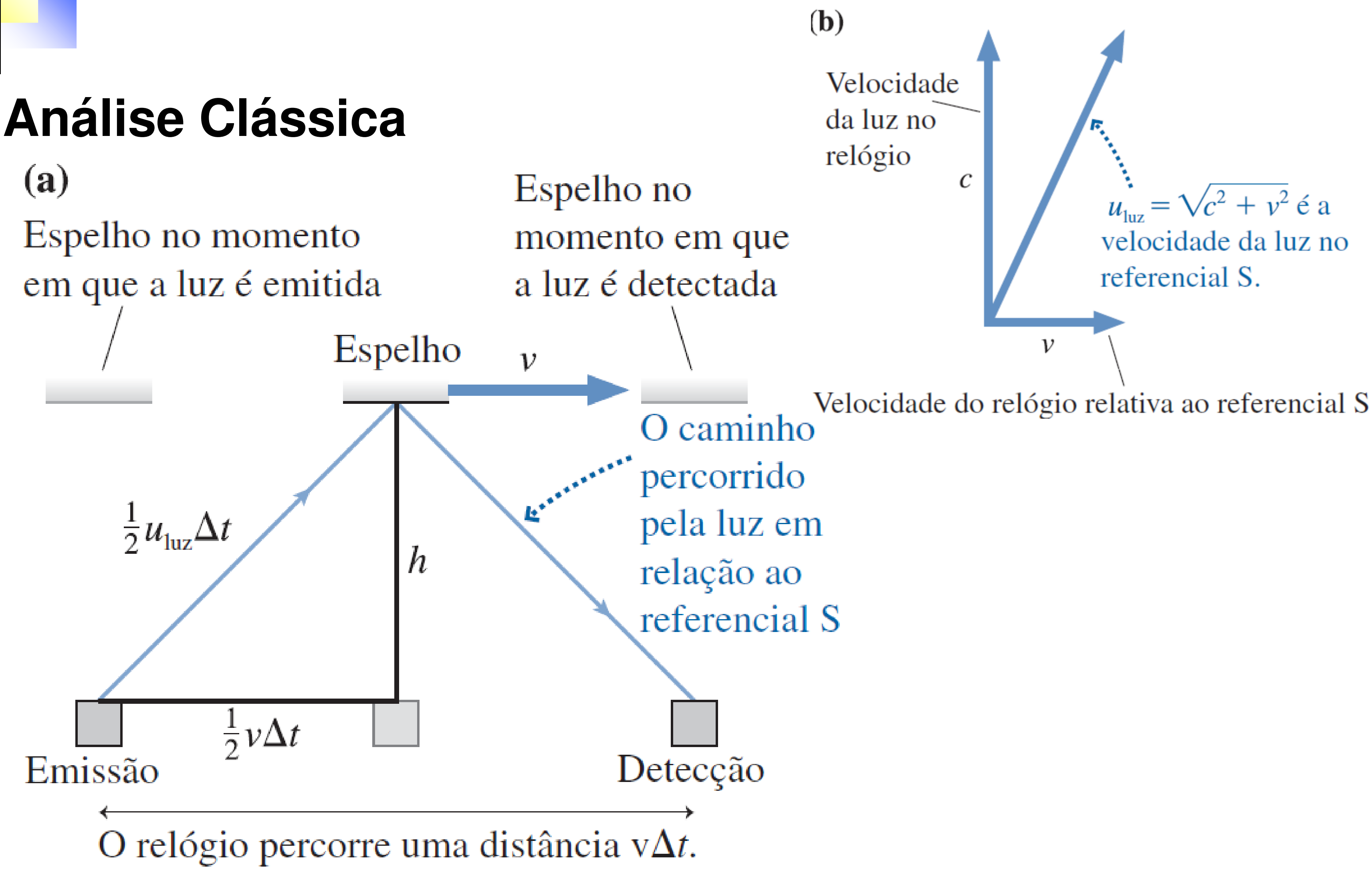
No exemplo anterior parece que o tempo “passa” diferente para quem está no referencial S e S’.

Relógio de luz



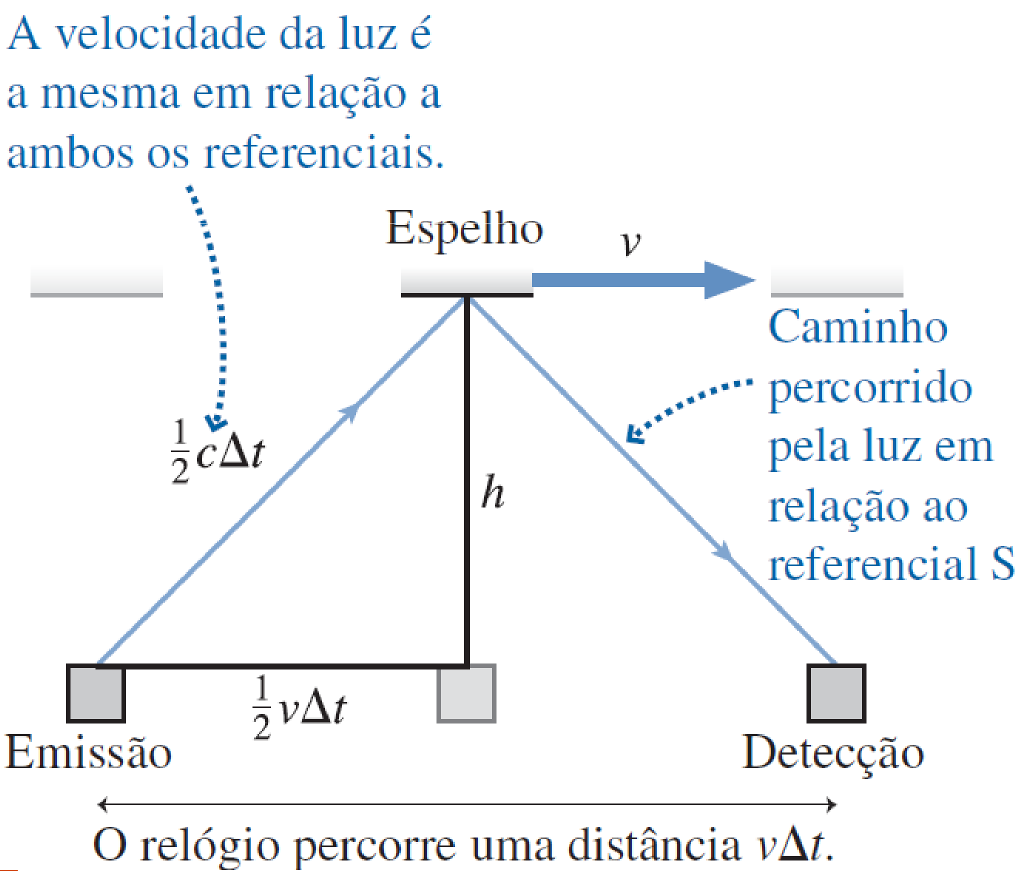
Dilatação temporal

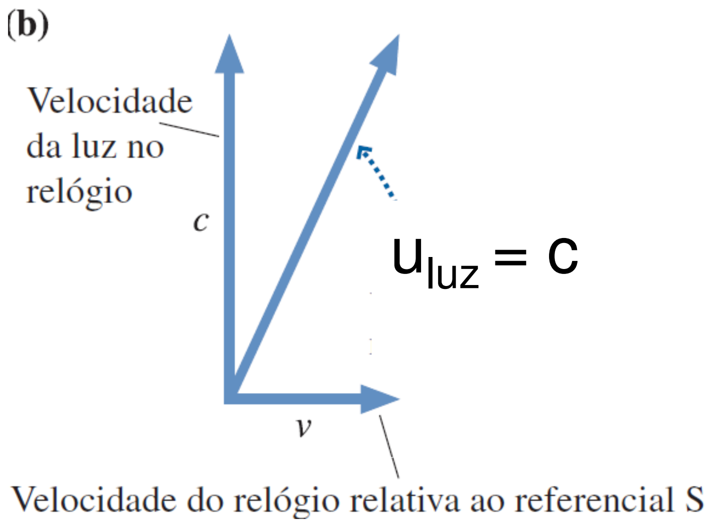
Análise Clássica



Dilatação temporal

Análise com velocidade da luz invariante.





Dilatação temporal

Tempo próprio

Tempo medido pelo mesmo relógio que ficou em repouso em relação ao um dado referencial.

Quem é o tempo próprio para o caso do relógio de luz?

$$\Delta t' = \Delta \tau$$

$\Delta t'$ é o tempo próprio

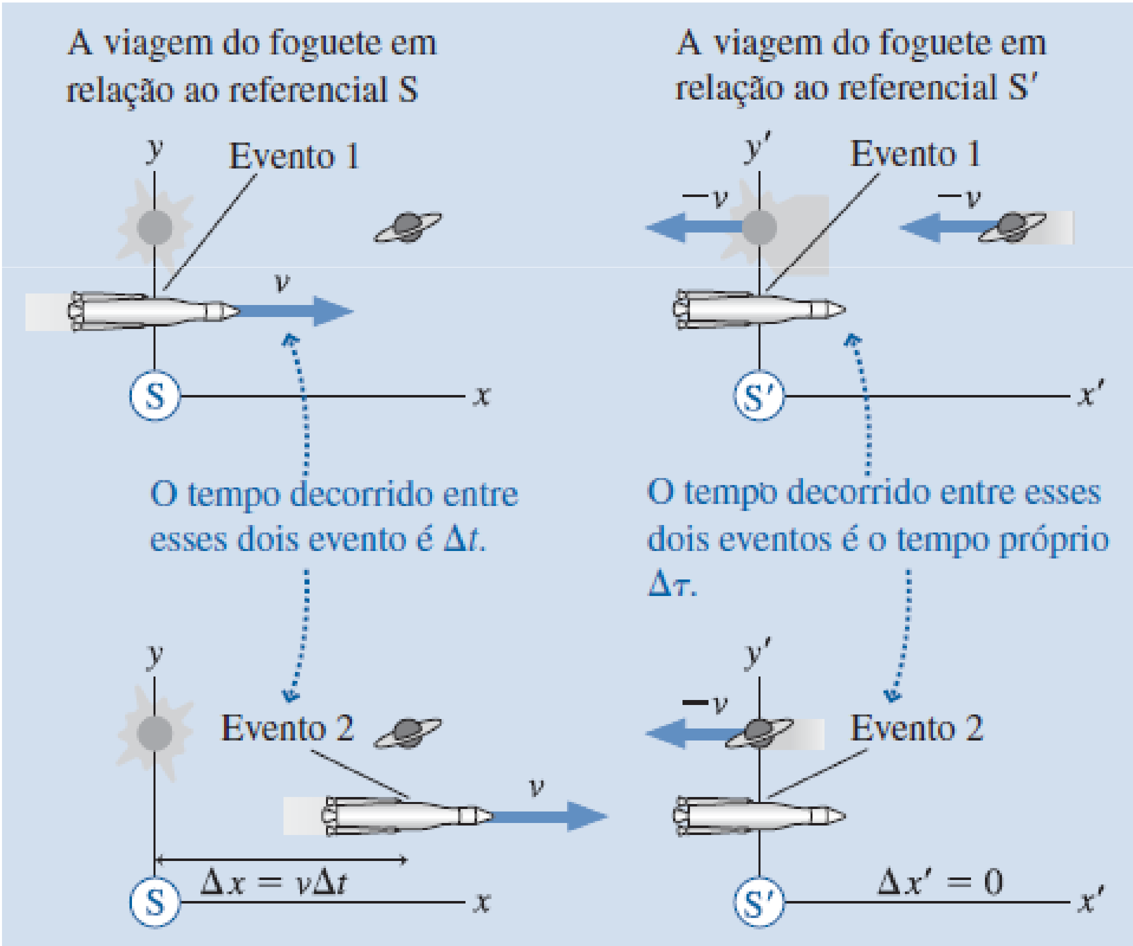
$$\Delta t = \frac{\Delta \tau}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{\Delta \tau}{\sqrt{1-(\beta)^2}} \geq \Delta \tau$$

O tempo é o mais curto possível no referencial que se mede o tempo próprio = relógios em movimento andam mais devagar.

O “encompridamente” do tempo mostrado acima é DILATAÇÃO TEMPORAL.

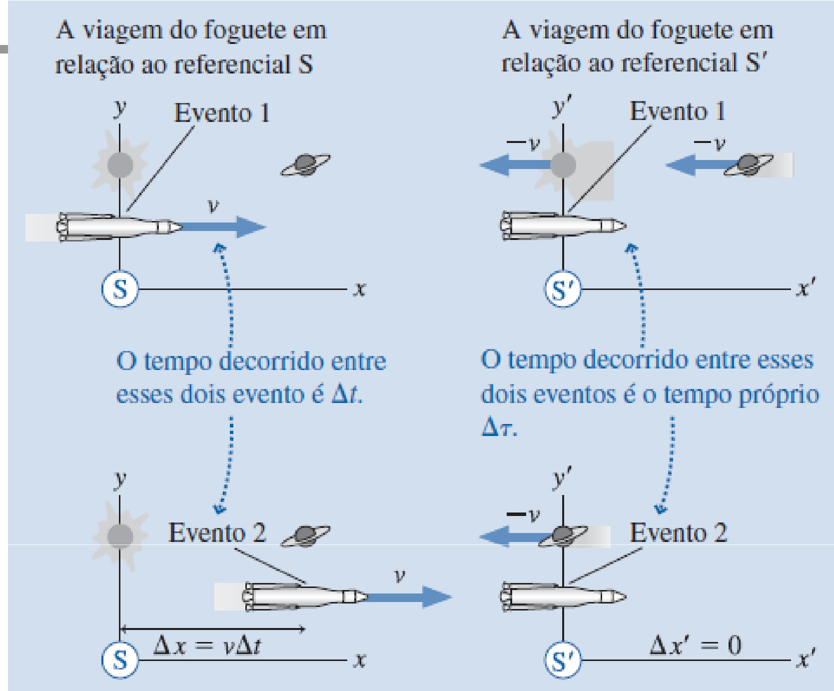
Dilatação temporal

Exemplo 37.5 Qual é o tempo próprio?



Dilatação temporal

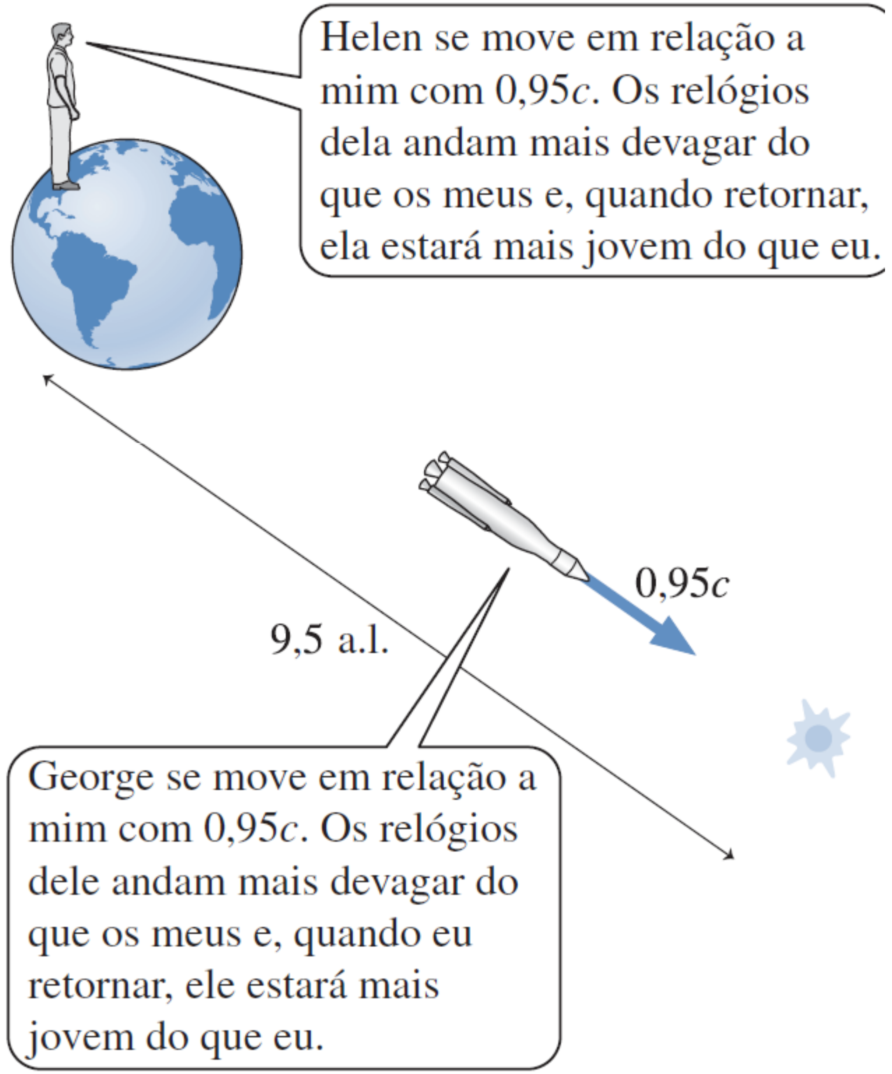
Exemplo 37.5



Saturno dista 1,43 x 10^{12} m do sol. Um foguete viaja em linha reta do sol a Saturno com uma velocidade constante de 0,9c relativa ao Sistema solar. Quanto tempo levará para o foguete realizar o percurso em relação a um observador que está na Terra? E em relação a um astronauta que está no foguete?

R: Δt = 5300 s e $\Delta\tau$ = 2310 s

Paradoxo dos Gêmeos

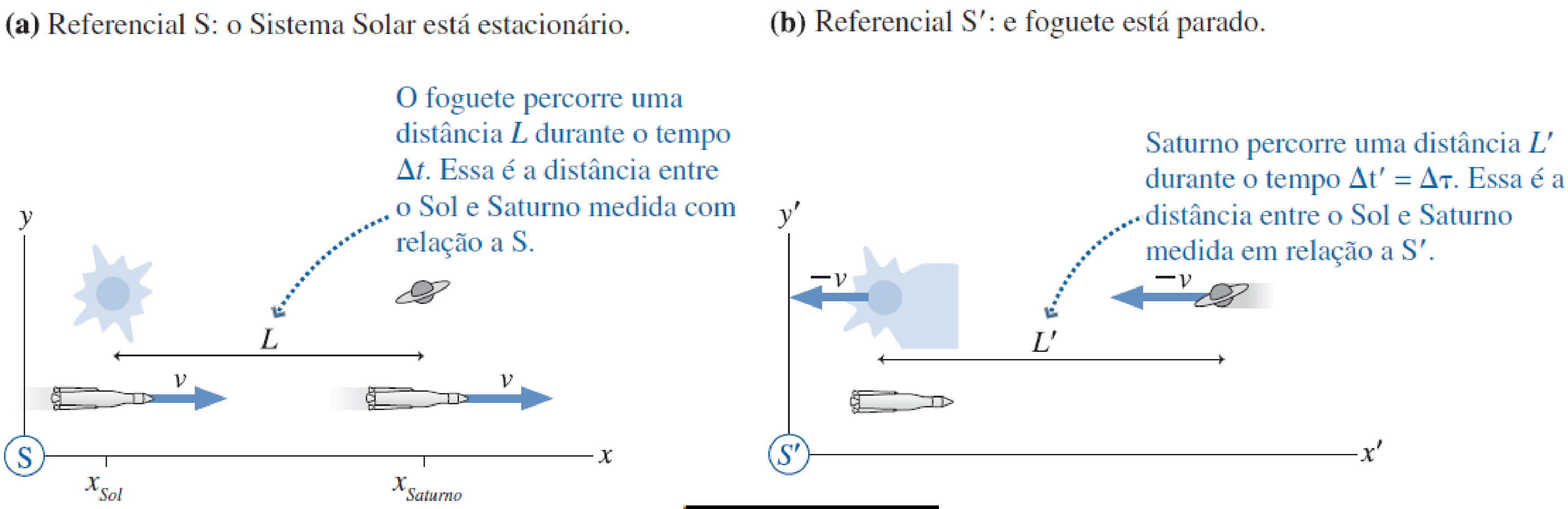


Paradoxo: contradição

George e Helen são gêmeos: Helen parte em uma viagem intergaláctica até uma estrela distante. Quando volta a terra, quem estará mais jovem, George ou Helen?

Contração espacial

Contração espacial e distância própria.



$$L' = \sqrt{1-(\beta)^2}L$$

A distância L entre dois objetos medida em relação ao referencial em que os objetos estão parados, é denominada distância própria *l*

$$L' = \sqrt{1-(\beta)^2}\,l \leq l$$

Contração espacial

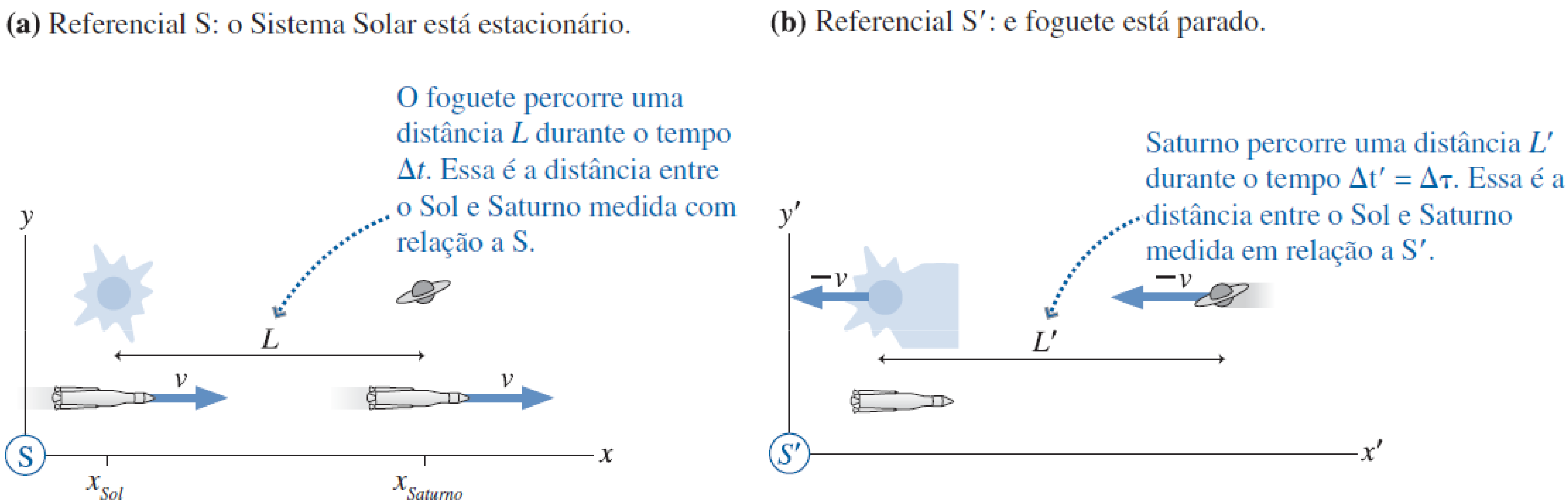
Conclusões: $$L' = \sqrt{1 - (\beta)^2}\, l \leq l$$

O "encurtamento" da distância entre dois objetos, medido por um observador que se move em relação aos objetos: **CONTRAÇÃO ESPACIAL**

Em outras palavras, o comprimento de um objeto é máximo com relação ao referencial em que o objeto se encontra em repouso.

Contração espacial

Exemplo 37.6.



Na figura acima o foguete viaja em linha reta do sol até Saturno com velocidade 0.9c relativamente ao sistema solar. A distância Saturno-Sol é de $1{,}43 \times 10^{12}$ m. Qual é a distância entre o Sol e Saturno medida em relação ao referencial do foguete?

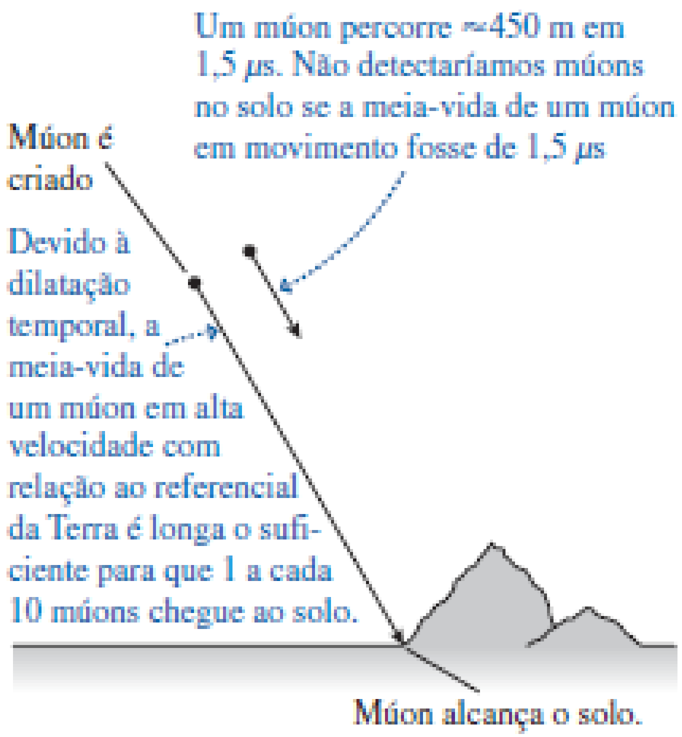
R: $L' = 0{,}62 \times 10^{12}$ m.

Dilatação temporal

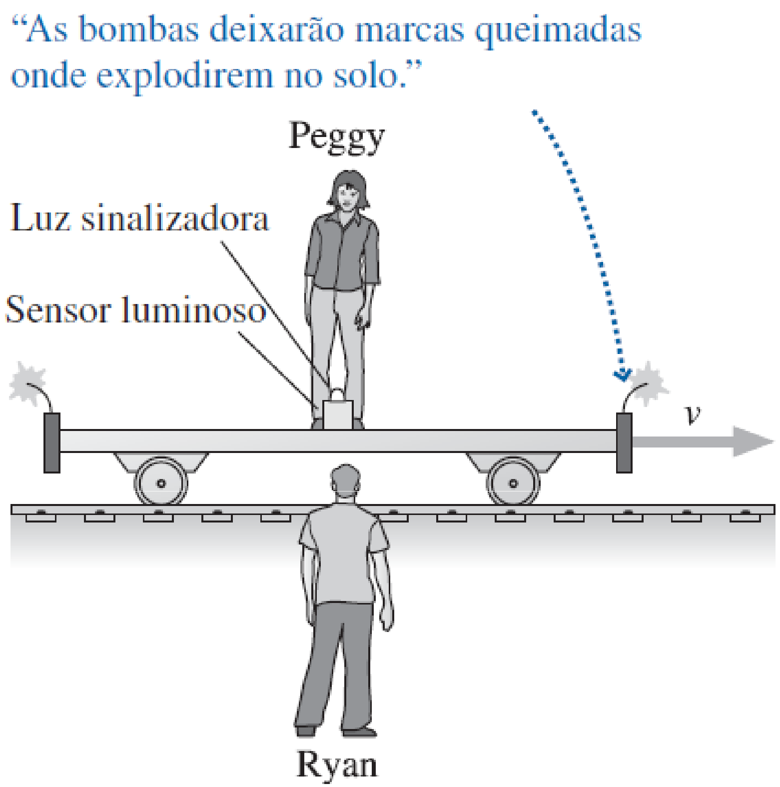
Evidência experimental.

O múons movem-se pela atmosfera a uma velocidade

$$\Delta t = = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1 - (\beta)^2}}$$



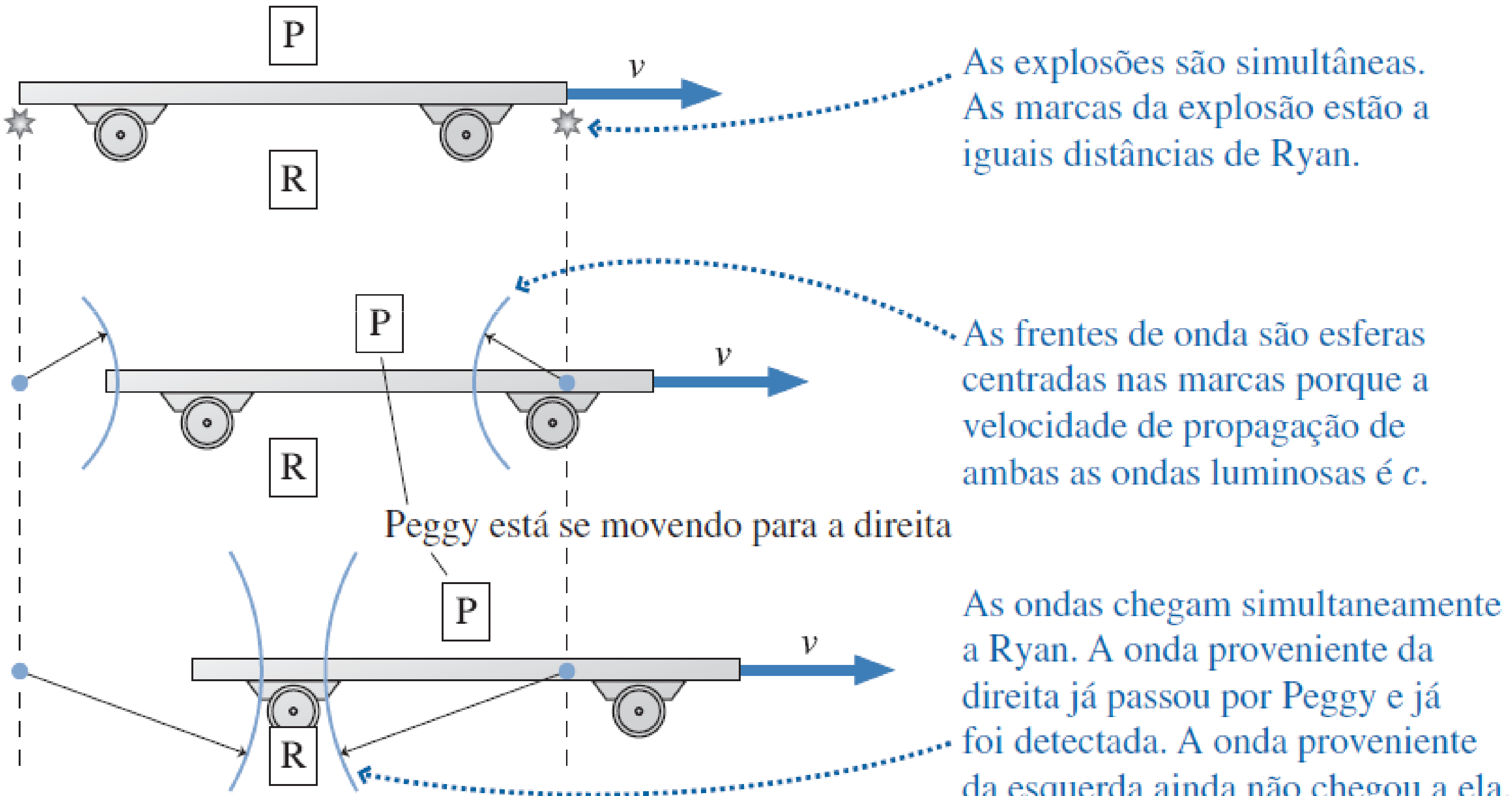
A relatividade da simultaneidade



1. Se o detector da direita receber o flash de luz antes do detector da esquerda: VERDE
2. Se o detector da esquerda receber o flash de luz antes do da direita ou se chegarem simultaneamente: VERMELHA

A relatividade da simultaneidade

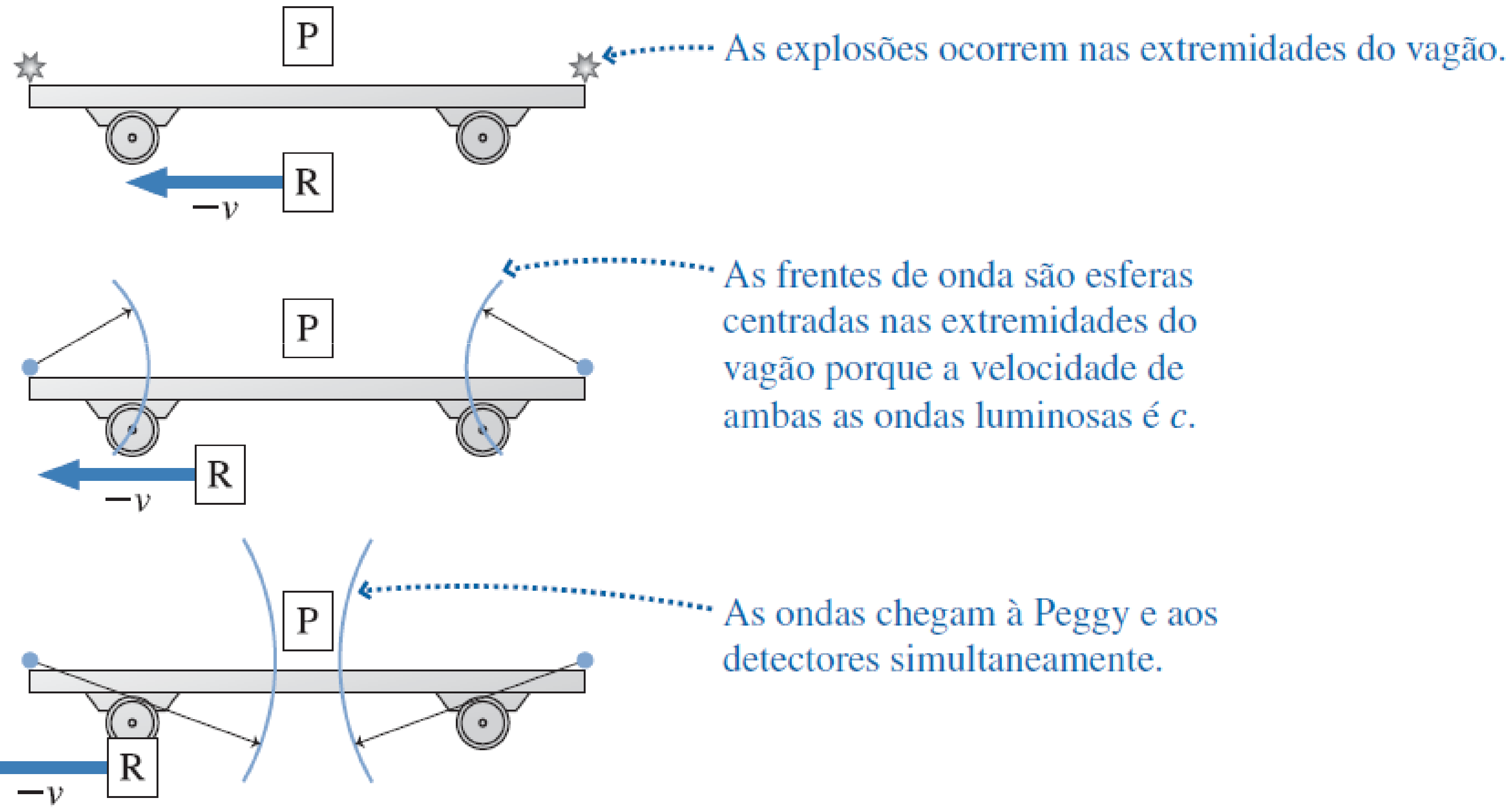
Referencial parado na terra



Para o Ryan a luz é: VERDE

A relatividade da simultaneidade

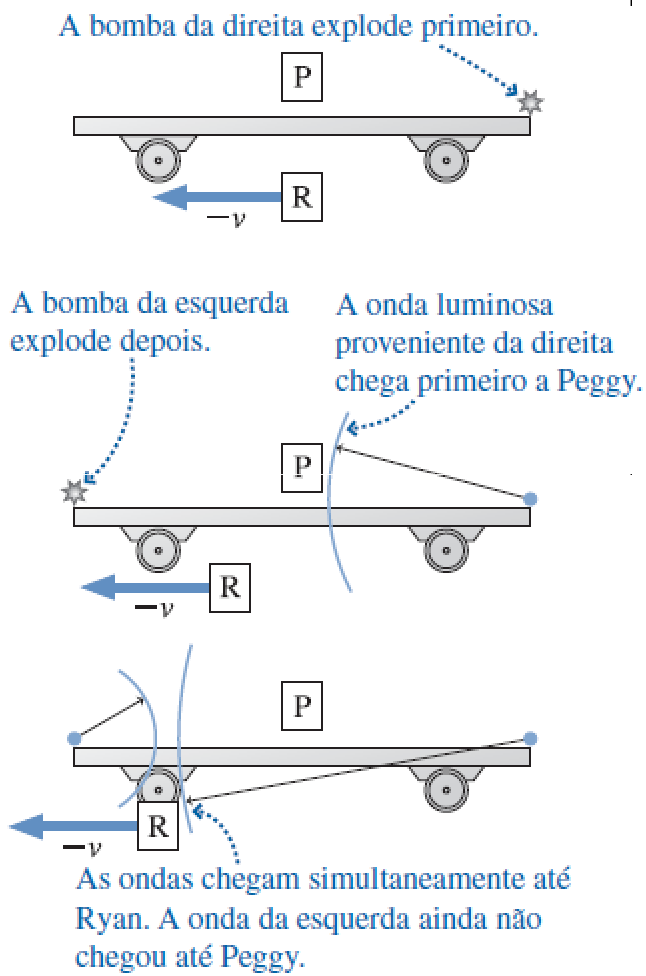
Referencial parado sobre o vagão



Para o Peggy a luz é: VERMELHA

A relatividade da simultaneidade

Na verdade para Peggy a bomba da direita explode primeiro: VERDE

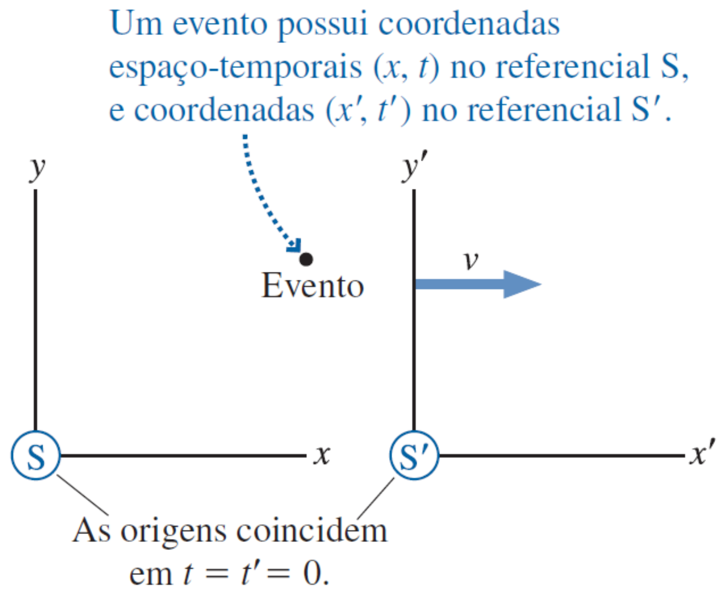


Dois eventos que ocorrem simultaneamente em um referencial S *não* são simultâneos em qualquer outro referencial S' em movimento relativo a S.

Transformação de Lorentz

A transformação tem que satisfazer três condições

1) Concordar com as transformações de Galileu no limite de baixas velocidades; v << c
2) Transformar não apenas as coordenadas espaciais, mas também a coordenada temporal.
3) Assegurar que a velocidade da luz seja a mesma em todos os referenciais



Transformação de Lorentz

Informações importantes

1) As distâncias y e z, que são perpendiculares à direção do movimento não variam.
2) O nome vem do holandês H. A. Lorentz, que foi o primeiro a derivá-las (mas não desenvolveu a teoria da relatividade).
3) A variável temporal depende de x. O espaço e o tempo tornam-se interligados. Por isso é comum se referir ao tempo e as três dimensões como entidade quadridimensional chamada espaço-tempo (x, y, z, t).

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$x' = \gamma(x - vt)$
$y' = y$
$z' = z$
$t' = \gamma(t - vx/c^2)$

$x = \gamma(x' + vt')$
$y = y'$
$z = z'$
$t = \gamma(t' + vx'/c^2)$

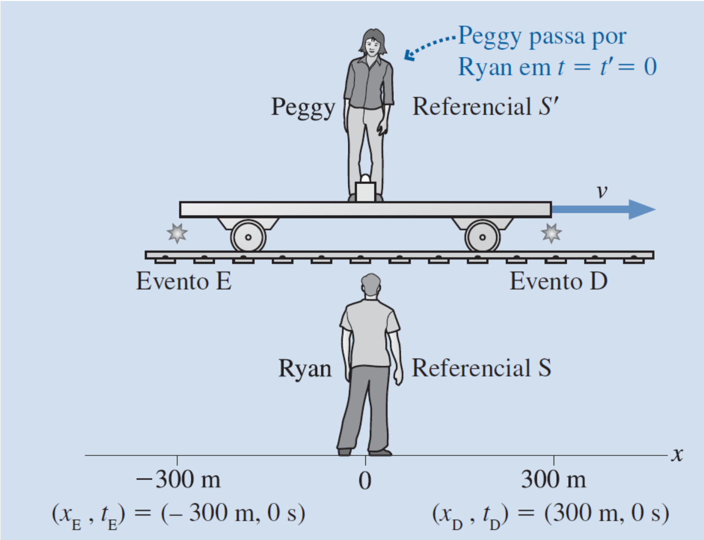
Transformação de Lorentz

Ex. 37,8

Peggy está parada no centro de um vagão longo e plano com uma bomba fixa em cada extremidade do mesmo. O vagão passa por Ryan, que está parado no solo, com uma velocidade v = 0,8c. Ele vê os flashes provenientes da explosão da bomba simultaneamente 1,0 μs após Peggy ter passado por ele. Mais tarde, Ryan vê marcas queimadas no trilho a 300 m de ambos os lados do local onde ele estava parado.

a) De acordo com Ryan, qual é a distância entre os locais das duas explosões e quando elas ocorrem em relação ao instante em que Peggy passa por ele?

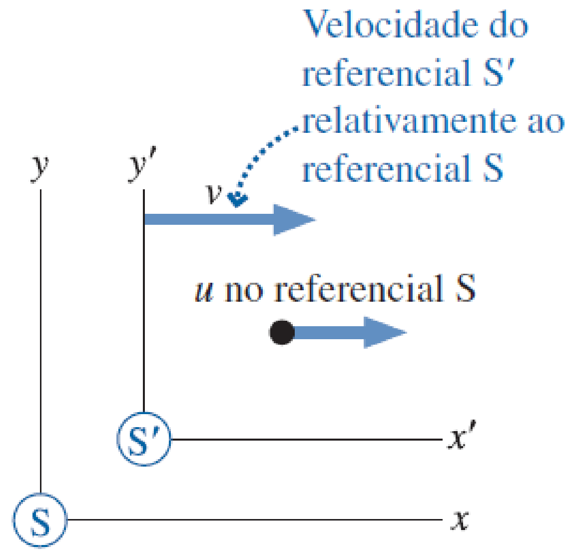
b) De acordo com Peggy, qual é a distância entre os locais das duas explosões quando elas ocorrem em relação ao instante em que Ryan passa por ela?



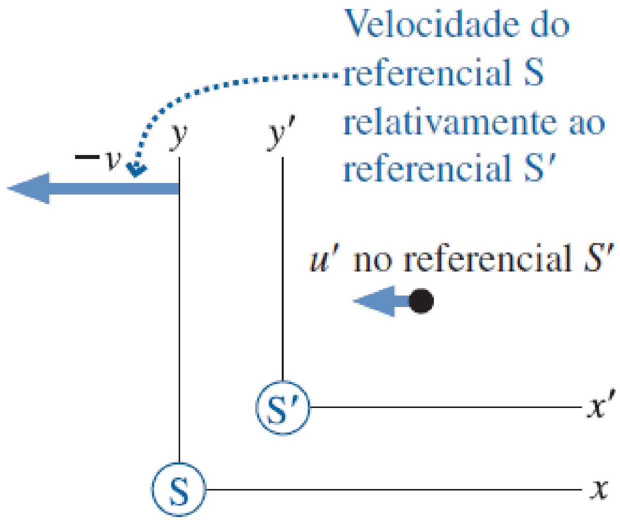
Transformação de Lorentz

Para velocidades

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$



$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$

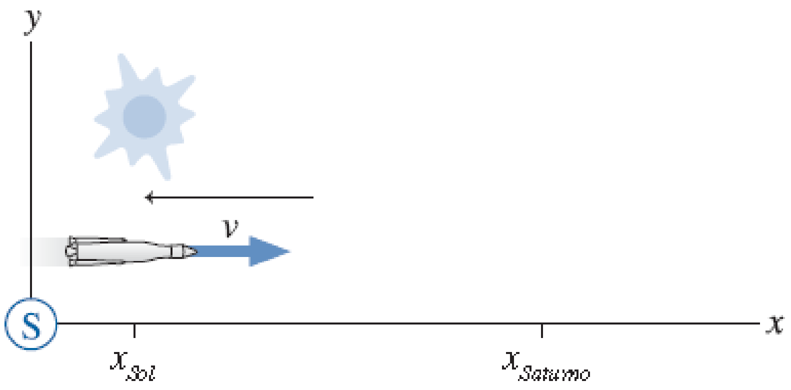


Transformação de Lorentz

Para velocidades

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$$



37.10 - Um foguete passa pela Terra com uma velocidade 0,9c. Ao passar pela Terra, ele lança um projétil para frente com 0,95c em relação ao foguete. Qual é a velocidade do projétil em relação a Terra?

Resposta: u = 0,997c

Aproximação Binomial

Para casos em que v << c:

$(1+x)^2 = 1 + nx + n(n-1)x^2/2 + \ldots..$

$$se\ v \ll c: \begin{cases} \sqrt{1-(\beta)^2} = (1-\frac{v^2}{c^2})^{1/2} \approx 1 - \frac{1v^2}{2c^2} \\ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = (1-\frac{v^2}{c^2})^{-1/2} \approx 1 + \frac{1v^2}{2c^2} \end{cases}$$

37.9 – Um ônibus escolar de 8,0 m de comprimento passa a 30 m/s. Qual é o valor de sua contração espacial?

Solução: 8,0 m no ref. do ônibus (comprimento/distância próprio) S'.

$$L = \sqrt{1-(\beta)^2}L' = \sqrt{1-(\beta)^2}l$$

$$L = \sqrt{1-(\beta)^2}l \approx \left(1 - \frac{1v^2}{2c^2}\right)l$$

Resposta: l - L = 4 x 10^{-14} m

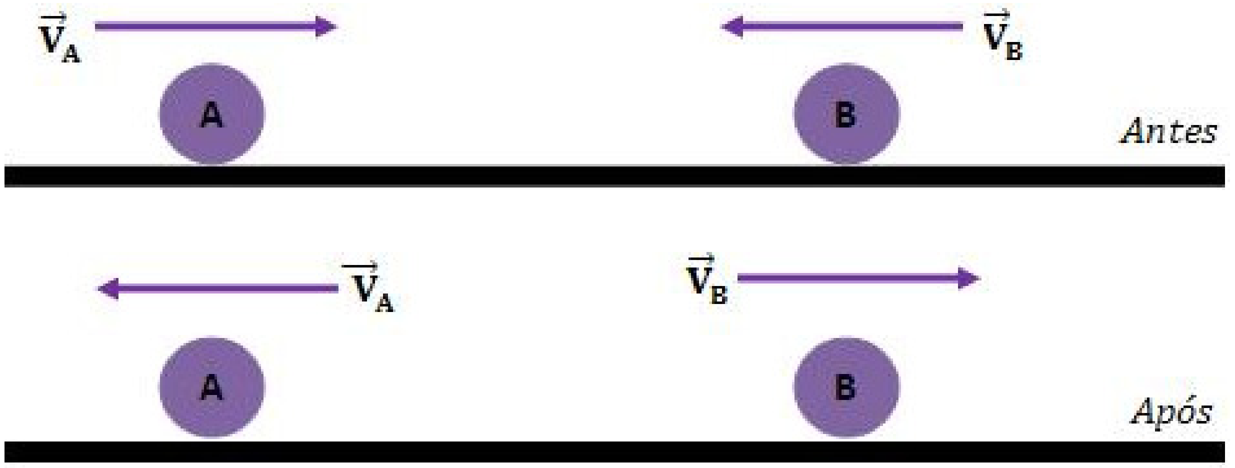
Momento (*momentum*) relativístico

Momento ou **Quantidade de Movimento**

Princípio de conservação do Momento (Classicamente: *p = um*)

$$(P_i)_{total} = (P_f)_{total}$$

Não é difícil mostrar que $P'_i \neq P'_f$ se as velocidades das partículas em S’ estiverem relacionadas as velocidades em S por meio das transformações de Lorentz.



Energia e Momento linear relativísticos

Adivinhando a forma relativística para o **Momento** de uma partícula

$$P_{Newtoniano} = mu = m\frac{dx}{dt}$$

Um 'chute' razoável é tentar medir o momento com respeito ao

tempo próprio τ da partícula

$$P_{Relativistico} = m\frac{dx}{d\tau} = m\frac{dx}{dt}\frac{dt}{d\tau} = \frac{mu}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma_p P_{Newtoniano}$$

onde $\gamma_p = \dfrac{dt}{d\tau} = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$

Obs 1: $\gamma_p \neq \gamma$! (u é a velocidade **da partícula**, não do referencial *S'*)

Obs 2: quando $u << c$, $P_{Relativistico} \rightarrow P_{Newtoniano}$

Momento (*momentum*) relativístico

Momento ou **Quantidade de Movimento**

$(P_i)_{total} = (P_f)_{total}$

A conservação do momento ainda será válido em relação a todos os referenciais se o momento de cada partícula for calculado por meio de:

$$p = \frac{mu}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Para a direção x:

Observe que u é a velocidade da partícula e não entre os referenciais

$$\gamma_p = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

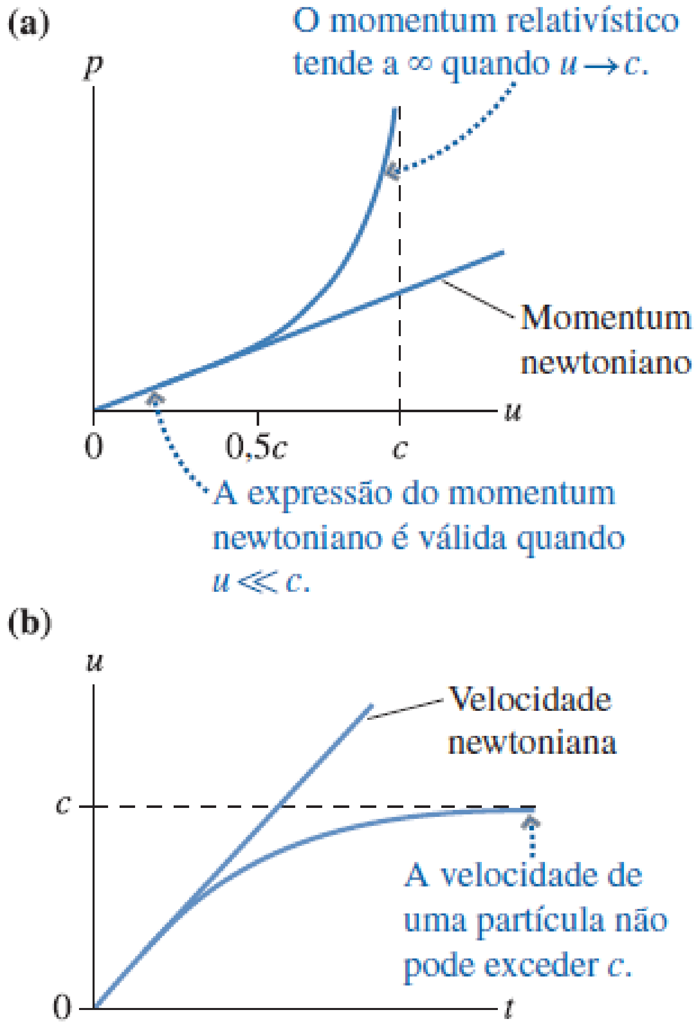
$$p = \frac{mu}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma_p mu$$

Momento (*momentum*) relativístico

Momento ou **Quantidade de Movimento**

Classicamente: $p = um$

$$p = \frac{mu}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma_p mu$$



Momento (*momentum*) relativístico

Momento ou **Quantidade de Movimento**

37.11 – Em um acelerador de partículas, elétrons atingem uma velocidade de 0,999c relativamente ao laboratório. A colisão de um elétron com um alvo produz um múon que se move para a frente com uma velocidade igual a 0,95c em relação ao laboratório. A massa do múon vale 1,90 x 10^{-28} kg. Qual é o momento do múon em relação ao referencial do laboratório e em relação ao referencial do feixe de elétrons?

$$p = \frac{mu}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma_p mu$$

Observe que u é a velocidade da partícula e não entre os referenciais

Explorando $E_0 = mc^2$

Fissão Nuclear do ^{235}U (^{238}U 99.2% e ^{235}U 0.7 %)

$$n + {}^{235}U \rightarrow {}^{236}U \rightarrow {}^{144}Ba + {}^{89}Kr + 3n$$

1 u = 1/12 (Massa do ^{12}C) = $1{,}66 \times 10^{-27}$ Kg.

A massa dos produtos somada é 0,185 menor do que a massa dos reagentes.

$M_{antes} - M_{depois} = 0{,}185$ u $= 3.07 \times 10^{-28}$ Kg.

$E_0 = mc^2 = 2.8 \times 10^{-11}$ J para um átomo

$N = 6.02 \times 10^{23}$ átomos

A planta de uma usina nuclear gera 3 GW de "calor" e 1 GW de energia elétrica (eficiência 33 %). Quantos átomos de U são fissados no ano?